EXERCICE N°1 : 30' 4 points

Tous les résultats numériques seront arrondis au centième près sauf indication contraire.
Une machine est achetée à 3000 dinars. Le prix de revente y, exprimé en dinars, est donné en fonction du nombre x d'années d'utilisation par le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	3000	2400	1920	1536	1229	983

A) 1°) Représenter le nuage de points associé à la série statistique (x_i ; y_i) dans un repère orthogonal du plan. Les unités graphiques seront de 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et de 1 cm pour 200 dinars sur l'axe des ordonnées.

2°) Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés.
Donner une équation de la droite de régression *D* de y en *x* obtenue par la méthode des moindres carrés. Représenter la droite *D* dans le repère précédent.

B) On pose z = ln (y) et on admet qu'une équation de la droite de régression de z en *x* est donnée par : $z = -0{,}22\,x + 8{,}01$.

1°) Déterminer une expression de y en fonction de *x* de la forme $y = A^x . B$ où A est un réel arrondi au centième près et B est un réel arrondi à l'unité près.

2°) En admettant que $y = 3011(0.8)^x$, déterminer après combien d'années d'utilisation le prix de revente devient inférieur ou égal à 500 dinars.

C) Après 6 années d'utilisation le prix de revente d'une machine est de 780 dinars.
Des deux ajustements précédents, quel est celui qui semble le mieux adapté ?

D) Cette machine est fabriquée en Chine, en Japon et en France avec une durée de vie T (en années) qui suit la loi exponentielle de paramètres respectifs $\lambda_1 = 5.10^{-4}$, $\lambda_2 = 10^{-4}$ et $\lambda_3 = 2.10^{-3}$ .On sait que la probabilité qu'une machine provienne de la Chine est égale à 0,4 et du Japon est égale à 0,2.
a) Quelle est la probabilité qu'une machine importée ait une durée de vie supérieure à 6 ans ?
b) La machine a fonctionné 6 ans, quelle est la probabilité qu'elle provienne de France ?

EXERCICE N°2 : 30' 3 points

Soit l'équation différentielle (E) : $1 + y'\ln 2 = 2^{-y}$.

1°) Déterminer la solution constante h_0 de (E).

2°) Soit h une solution positive de (E) : on pose $g(x) = -1 + 2^{h(x)}$ pour tout $x \in IR$.

a) Vérifier que pour tout $x \in IR$, $g(x) \geq 0$.

b) Montrer que g est une solution de l'équation différentielle $(E'): y' = -y$.

c) déterminer alors g puis h.

3°) Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \dfrac{\ln(1 + e^{-x})}{\ln 2}$.

a) Vérifier que f est une solution de (E).

b) Calculer la valeur moyenne de la fonction φ sur $[0, \ln 2]$ où $\varphi(x) = 2^{\frac{-\ln(1+e^{-x})}{\ln 2}}$ pour tout $x \in IR$.

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn